

М-9/ММ

Всероссийская олимпиада школьников
Математика
Школьный этап
2018-2019 учебный год
Задания для 9 класса

1) Для всех положительных чисел a и b докажите неравенство $a^3 + b^3 \geq a^2b + b^2a$

2) Поезд, двигаясь со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 400 м, за 20 секунд. Какова длина поезда?

3) У нас есть три урны. На первой написано «ЧЕРНЫЕ», на второй — «БЕЛЫЕ», на третьей — «ЧЕРНЫЕ И БЕЛЫЕ». В одной лежат белые шары, в другой — черные, в оставшейся — и черные, и белые. Все надписи заведомо ложны. Разрешается достать один шар только из одной урны. Как определить, в какой урне что лежит?

4) Постройте график функции $y = (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) + x$.

5) Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Известно, что $AB = CH$. Найдите угол ACB.

н3.

Нужно взять шар из урны «Черные и Белые». Если попадется белый, то в урне «черные» будут лежать и черные, и белые шары, а в урне «Белые» — черные. Если попадется черный, то в «черной» будут лежать белые шары, а в «Белые» будут черные и белые.

75

н4.

$$y = (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) + x$$

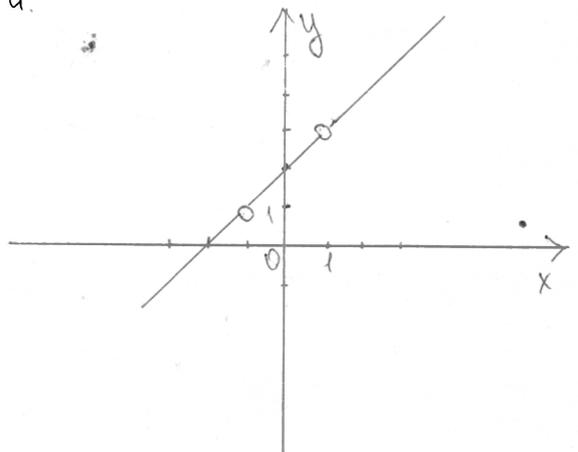
$$y = (x-1)(x+1) \cdot \left(\frac{x+1-x-1}{(x-1)(x+1)}\right) + x$$

$$y = \left(\frac{(x-1)(x+1) \cdot 2}{1(x-1)(x+1)}\right) + x$$

$$y = 2 + x$$

$$x \neq 1 \text{ и } x \neq -1$$

$$\begin{array}{r} x | 0 | 1 | -1 \\ y | 2 | 3 | 1 \end{array}$$



75

уд.

$$90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$$

$$90 \text{ км} = 90000 \text{ м}$$

$$t = 3600 \text{ с}$$

$$\frac{90000}{3600} = 25.$$

Составим и решим уравнение:

$$\frac{x+400}{20} = 25 \quad | \cdot 20$$

$$\frac{20(x+400)}{20} = 25 \cdot 20$$

$$x+400=500$$

$$x=100$$

Ответ: длина поезда 100 метров

75